

# 繪本裡的日常語言與數學語言

楊茂秀 ◎ 國立臺東大學兒童文學研究所副教授

農曆年前，我應邀在國立臺北教育大學理學院參加一場論文口試，題目是有關數學教育與兒童哲學的關聯。研究生特別提到的是用哲學作為指導原則來進行的數學談話，那時，我正在翻譯義大利教育家，也是兒童文學家羅達立的《幻想的文法》（注 1）一書。書中有一段非常有趣的思考實驗，我就用那個思考實驗來請考試的學生當場做一個數學教學，有關數學談話的思考實驗。例子我稍稍加以改變，改變後的故事如下：

二年級的小孩在學校，時間是早晨九點鐘。凱蒂望著窗外那一棵大松樹，松樹的影子很濃厚，很長，她覺得很好玩。她想：「影子到底有多長啊？」說著，她就出去量那個樹影的長度，回來說：「三十鞋！那個影子三十鞋長耶！」她的朋友，也是她的同班同學，文晶說：「我不信，我自己去量。」量回來之後，她說：「才不是三十鞋，是二十鞋長。」然後她們就一起去量，許多小孩也跟著一起去量，答案滿多種的，他們吵吵鬧鬧談論著誰才是對的呢？

到了中午，一位遲到的同學聽了大家的談論之後，不知道誰是對的，就自己到外面去量了。回來說：「你們都錯了，那影子只有八鞋長。」這又開啓了另一次談論的高潮。大家又去量，答案還是不一樣。

下午四點鐘，數學老師來上課，他們請數學老師參與樹影長度的討論，老師說：「這種問題的答案不能光用說的。」又帶了大家重新去量一次。老師的答案是：「十八鞋長。」當然，接下來就是由老師主導的一場數學談話了。

我就邀約考試的研究生來構想，以這個題目，及其處理的方式做為對象，或者參考的座標來想像一次數學教學的思考實驗。

委員中有鍾靜教授，在休息的時候告訴我：「我有看你那一本《重要書在這裡》，原來你是繪本專家喔？」（注 2）我說：「專家不敢，很有興趣，有在教課就是了！」他告訴我他在主持教育部的數學輔導團，他們有一個活動，農曆過年後會在板橋辦一次研習，主題就是有關數學繪本的討論。我說：「數學繪本，就像信誼、漢聲這兩個出版社曾將繪本中比較有數學意味，或者是專為數學教育而設計的繪本，蒐集起來構成套書，那是我稱為的數學繪本。但是如果你注意的話，許多的繪本它並沒有特別的知識內容、知識系統，或者課程取向要傳遞。它是一個藝術品，但是我們透過認真的瞭解跟觀察，可以發現它們涵藏了許多跟數學教育、數學思考和數學語言很有關聯的東西。」

鍾靜教授邀我去給這個研習做一次演講，當時我訂定的題目就是〈數學繪本與繪本裡的數



學)。這一篇文章就是那一次演講的整理跟修改。

2008年，農曆年的初一，爲了準備這個演講，我把書架上的一本跟這個講題有密切關聯的書拿下來看，它是澳洲數學家（也是作家）羅賓·阿利安·羅德女士的書，書名叫做《透過數學想像世界》（*Imaging The World Through the Language of Mathematics*）（注3），在閱讀這本書的時候，我想起我的老師白恆光修女。那時候我在數學系修課，她總是慢慢推敲數學中的敘事語言。我們使用的課本是英文版本，我在問問題時，她堅持要一起把題目譯成中文。在翻譯成中文的過程中，她需要我的幫助；而我在瞭解數學內容跟形式的時候，需要她的幫助。「我得到一個感想：數學是一種語言，」我說：「我指的不是數學語言，我把它當成一般語言（ordinary language）來看待。」她瞪著大大的眼睛，想了一下。「數學，」她說：「像是一種語言，但是更像是一種語言學，那是一種科學。它不只是一個符號的系統，而且是對這個符號系統作了很多的後設研究。」我還記得她做的比喻。她說數學在伽利略跟牛頓的時代，被他們用作來討論物理的原理，所以那是一個工具，像是物理學的僕人，可是後來數學慢慢更重要了。它成了科學的皇后。我調皮的說：「爲什麼不是科學的國王，而是皇后呢？」她小聲說：「因爲科學有很多種，會不斷的發生，而且會有很多從哲學裡發展出來。而皇后會生小孩，國王不會生小孩，所以我覺得皇后是比較適當的比喻。」

一般人認爲數學語言比日常語言要精確的多，而這種認定也許有它正確的意義。但是人的生活一開始就在學習語言，日常生活語言其實是一切專門語言的母體。人在受教育的過程中，文化素養慢慢的累積、轉化，產生深厚的思維背景。從這種深厚的思維背景中，我們可以發展出專門的、精準的思維，那麼他所使用的語言也就不同了。那些語言，英國哲學家Gilber Ryle曾經給它一個名詞：專技語言（technical language）。

日常語言與專技語言中間需要一個橋樑。而這個橋樑是思維的鷹架，它的學習是要透過有意的提升、刻意的培養才有可能。也就是說，學數學、學自然科學和學習音樂的時候，都會在內容學習、形式學習的過程中，同時由自然語言中，發展成專技的語言。而這種形式化的學習過程需要老師的陪伴、教練的陪伴和師傅的陪伴。換句話說，陪伴文化新成員的人有責任在自然語言學習的過程中，提供他們健康的語言心態與素養。

可是我們知道自然語言裡，（如果我們進行分析就會發現），它也可以分成言說的語言、書面的語言與肢體的語言。而且這三種語言共通擁有語言的音樂性。在自然語言的學習過程中，我們是在使用中學習的。也就是說，這三種語言都藉著共有的語言音樂性把內容、意象、感覺及意義編織在一起，做成生活的一個複合單元，而繪本正是結合上述各種語言、言述、種類和音樂性的典型文化體。

現在我們利用幾個實例來說明上述幾個論點。

首先，我們看到《阿羅有枝彩色筆》（注4），第二本是《我等待……》（注5），第三本

是典藏即將出版的《跟著線條走》（注6）（*Follow the line*，中文書名暫譯）。這三本書都不是所謂的數學繪本，也就是它們在創作的時候，怎麼樣看都不是用來解釋數學概念，或是發展數學的專技語言。它們都是很好的作品，但是我們從一般日常語言發展成專技語言，又能夠涵藏美學的觀點，不偏廢意義、意象、音樂性。就教學功能上來說，「線條」這個概念，及「線條跟生活」與「線條跟數學關係」來說，不管是想像的、設計的，以及抽象的邏輯觀點來看，都蘊藏著數學談話的種子，以及健康的取向在內。

我們先說《阿羅有枝彩色筆》。

在這本書裡，阿羅有一枝彩色筆，他用這枝彩色筆畫出他所需要的東西，把多重向度的實在物，抽象化而成爲二度空間，以線條來表達。阿羅的願望藉著一個線條來完成。一開始，阿羅想要去散步，那是晚上，散步需要什麼呢？需要月光，因此他畫出一個月亮。散步需要路，所以他畫出一條路。接下來，他要什麼就畫什麼，線條有直線，有曲線。在日常用語中，直線跟曲線慢慢藉著這本書的發展跟實際的東西產生關聯，所以讓閱讀者可以熟悉線的語言。當他需要樹的時候，他畫出樹；樹上需要有果實，就畫出果實；要野餐，就畫出食物；吃不完，他想邀約別的動物來吃，他就畫出那些動物。他掉進水裡，需要一艘船，就立刻畫出一艘船。由他的想像裡面，藉著一隻筆生出許多線，這些線條就是他想像的源泉。他把線這種日常語言透過意象、透過畫面搭起現實跟想像中間的橋樑。因爲有這種預備，所以將來學到幾何學裡的線條時，不只有熟悉跟安全的感覺，並且會去使用它。講到線，不佔空間，只佔位子的時候，我們就有畫面上的經驗基礎，因爲他是純粹思想的產物，而不是實際經驗的產物。從純粹想像到實際經驗的連結是靠這條線而構作的。

第二本書我們要談的是法國的作品《我等待……》。

這本書用紅線將人生的各種片段連結起來，它代表實際的感情、愛恨，把時間、情緒貫串在裡面，呈現這種複雜的人生經絡。一開始小孩努力要長大，所以一個小孩拉著一條直線，非常有張力；我們知道兩點之間最短的距離是直線，這裡已經爲情緒、感情或願望作了一個詮釋。當媽媽在拿蛋糕的時候，他在等待，這條線短短的，涵藏許多的可能性；裝飾聖誕樹的紅線連結了很多聖誕節的經驗；下雨天他在等待，等待雨停了好出去玩。然後是愛情線，當人在戀愛的時候，有追求、有矜持、有試探，當然也有等待，那愛情線彎彎曲曲形成的美感特別強烈。而且那個等待很長，這等於用一個曲線、一種美感去貫串愛情的生活。這裡有描述，也有願望，還有惶恐、好奇等等。當然，當兩個人分開的時候，那條線斷斷續續；等待信、等待對方好起來，等待其他很多東西。斷續的線，後來連在一起，成了婚姻，婚姻裡有各種糾結，配合著文字說等待對方先說對不起，這本書讀到這裡，很少大人會不驚呼起來：它用一團糾纏線描寫這種情緒。這本書讓我驚訝的是，當有另一半先過世的時候，那線段捲成一團掛在靈車上，好像感情也可以這樣被儲存。後來有下一代來了，那線段就變成結合三代人中間的連線。



最後，讓我非常驚訝的是，書的結束的法文Fin，它把n劃掉改成1，Fil就是線。而那線拉出的一段，好像本來要結束的人生，就因為這一束線又拉出一個線頭，新的一代生命又展開來了……

因為這本書，我們可以想像數學世界與人實際生活世界的關聯，線可以織毛衣，可以織成蜘蛛網，它跟數學幾何上所畫的線中間的關聯，建造了一個橋樑。閱讀這種童書的人長大成爲一個具有專技數學語言的人。他對日常生活中關於量的語言和數學專技語言中同一個概念的理解，就會比沒有這本書閱讀經驗的人更豐富的多。也更能因此發展出富有創造性的、新的數學語言或內容。

接下來我們要談的是*Follow the line*，這一共有三本書，都是用美國1960年代發展的一筆成形畫法去構作的。

在這本書裡的線條，它幫物件的輪廓、整個畫面用一筆成形畫出來，當我們翻開書，看第一個跨頁畫面的時候，我們用直覺的、照相式的把整個畫面看進去，這是第一種看法，我們看到的是全部，是畫面的整體；可是當你按照它的指示，跟著線條走的時候，它所呈現的是堆疊的、是分析的，是一點一滴隨著時空的轉變，慢慢經歷的思維過程，這是第二種觀看的方式；可是在畫面裡他常常提出一些問題，譬如在早晨大都市裡的清晨，它要你看看在畫面上可以看到多少的花朵；然後走一走，他又會問你有幾個時鐘；走一走它又會問你有多少橘色的建築物、有多少電視天線、有多少防火栓，這幾個問題位於畫面上的不同位置。因爲要回答這些問題，所以你的視覺就有一些焦點要集中，這又產生了第三種思維的方式，是重點式的思考。

所以這些畫面就等於給你三種思維方法：第一種的直覺思維、第二種的分析思維，以及第三種的重點分析思維，而串連這一切的是一條線。這條線索構成的圖形是幾何圖形，用顏色重點、深淺來呈現，所以這本書放在桌子上看跟放在幾公尺之外看，感覺是不同的。在這裡它呈現出抽象的過程，以及將抽象回復到實體的過程，同時呈現在畫面上。在我看來，它乃是設計精品，而這本書由典藏這個重視美術設計的公司來出版，在我看來是再自然不過的事。

數學變成學校課程的一部分，我們常常發現數學教育者不太重視數學與生活的關聯，也就是說，在數學課本裡非常重視數學體系的發展，對於數學與日常生活的關聯、數學史頗爲欠缺。欠缺數學史的介紹、實用可能性的介紹，會使得數學成爲無用之學，讓學習的人失去興趣。換句話說，就像是在學習一種沒有用的語言。學習沒有用的東西，很難讓學習者有熱情。

我記得我的老師郭威在教我們幾何學的時候，他就主張幾何學應該與三角學一起教。而且幾何、三角學跟測量的實用一起教。所以他把我們帶到花中的操場去量一根國旗杆，他問我們那根國旗杆有多高？如何度量。我們有同學爬上去量，也有同學把國旗升上去，再放下來量繩子的長度，而這些方法都有些費力。郭老師利用三角學幫我們量那個國旗杆的高度，既省力又精確，又可以運用到別的建築的度量。我們全班一下子覺得好有趣。那天下午在回家的路上，可以說幾乎大家都在運用他教的三角學，看到東西就要度量它們的高度，一路玩耍回家。這個

例子也就是使我對於羅達立（也就是那個量松樹影子）的例子感興趣的原因。數學與繪本的關聯，以及繪本裡有多少數學如何去發展，本文只是一個開端，我們還有一次的討論，就是下一期的討論，這也只是一個「拋磚引玉」的作法，我們希望有更多的人來討論，因為這其中實在豐富呀！

### 注釋

1. 喬安尼·羅達立（Gianni Rodari）著，楊茂秀譯，《幻想的文法》（臺北市：成長基金會，2008年3月）。
2. 楊茂秀著，《重要書在這裡》（臺北市：遠流，2007年7月）。
3. Robyn Arianrhod，《透過數學想像世界》（暫譯，*Imaging The World Through the Language of Mathematics*），（USA: Oxford University Press, 2005）
4. 克拉格特·強森（Crockett Johnson）文／圖，林良譯，《阿羅有枝彩色筆》*Harold and the Purple Crayon*（臺北市：上誼，2002年8月）。
5. 大衛·卡利（David Cali）文，沙基·布勒奇（Serge Bloch）圖，吳愉萱譯，《我等待……》*Moi, J'attends...*（臺北市：米奇巴克，2006年12月）。
6. Laura Ljungkvist，《*Follow the Line*》（暫譯《跟著線條走》），（USA: Viking, 2006）。

